

(Thời gian làm bài: 90 phút)

I. PART 1. MULTIPLE CHOICE QUESTIONS (7,0 points)

Each question is worth 0,2 points.

Code	Question	Key	Code	Question	Key	Code	Question	Key	Code	Question	Key
201	1	B	203	1	A	205	1	D	207	1	C
201	2	A	203	2	C	205	2	B	207	2	C
201	3	B	203	3	D	205	3	C	207	3	B
201	4	B	203	4	D	205	4	A	207	4	A
201	5	D	203	5	B	205	5	B	207	5	D
201	6	D	203	6	A	205	6	A	207	6	D
201	7	A	203	7	A	205	7	A	207	7	D
201	8	A	203	8	A	205	8	C	207	8	B
201	9	D	203	9	C	205	9	B	207	9	C
201	10	D	203	10	B	205	10	D	207	10	D
201	11	D	203	11	C	205	11	D	207	11	D
201	12	D	203	12	B	205	12	A	207	12	B
201	13	D	203	13	B	205	13	D	207	13	D
201	14	B	203	14	A	205	14	A	207	14	C
201	15	D	203	15	D	205	15	C	207	15	C
201	16	C	203	16	B	205	16	B	207	16	A
201	17	C	203	17	A	205	17	A	207	17	A
201	18	D	203	18	C	205	18	D	207	18	C
201	19	C	203	19	A	205	19	A	207	19	A
201	20	D	203	20	B	205	20	B	207	20	D
201	21	B	203	21	C	205	21	B	207	21	D
201	22	A	203	22	C	205	22	C	207	22	B
201	23	C	203	23	A	205	23	A	207	23	B
201	24	C	203	24	C	205	24	A	207	24	A
201	25	B	203	25	B	205	25	D	207	25	A
201	26	B	203	26	C	205	26	C	207	26	D
201	27	D	203	27	D	205	27	A	207	27	A
201	28	C	203	28	D	205	28	C	207	28	B
201	29	C	203	29	C	205	29	B	207	29	B
201	30	B	203	30	D	205	30	B	207	30	A
201	31	A	203	31	D	205	31	D	207	31	C
201	32	C	203	32	C	205	32	D	207	32	C
201	33	B	203	33	D	205	33	D	207	33	D
201	34	D	203	34	D	205	34	D	207	34	B
201	35	D	203	35	A	205	35	C	207	35	C

II. PART II. PROBLEM SOLVING (3,0 points)

Question	Solution	Point
1 (1,0 point)	<p>To measure the height of the Cham temple tower Po Klong Garai in Ninh Thuan province (Figure 1), two points A and B which are chosen on the ground with the length $AB = 15m$ and the bottom C of the tower are collinear (Figure 2). Two total stations whose tripods have a height $h = 1,6m$ are put at point A and point B. Let D be the top of the tower and two points A_1, B_1 be collinear to C_1 on height CD of the tower. The measurements are $\widehat{DA_1C_1} = 54^\circ$ and $\widehat{DB_1C_1} = 32^\circ$. Calculate the height CD of the tower then round the result to 3 decimal places.</p>	
	<p>Consider the triangle A_1B_1D, we have $\widehat{C_1A_1D} = \widehat{A_1B_1D} + \widehat{A_1DB_1}$. Thus $\widehat{A_1DB_1} = \widehat{C_1A_1D} - \widehat{A_1B_1D} = 54^\circ - 32^\circ = 18^\circ$.</p>	0,25
	<p>On the other hand, by the law of sines, we get $\frac{A_1B_1}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{A_1D}{\sin \widehat{A_1B_1D}}$. It follows that $A_1D = \frac{A_1B_1 \cdot \sin \widehat{A_1B_1D}}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{16 \cdot \sin 32^\circ}{\sin 18^\circ}$.</p>	0,25
	<p>Since the triangle A_1C_1D has the right angle at C_1, one has $C_1D = A_1D \cdot \sin \widehat{C_1A_1D} = A_1D \cdot \sin 54^\circ$. Therefore $C_1D = \frac{16 \cdot \sin 32^\circ}{\sin 18^\circ} \cdot \sin 54^\circ \approx 22,198m$.</p>	0,25
	Hence, the height CD of the tower is $CD = C_1D + C_1C = 22,198 + 1,6 = 23,798m$.	0,25
2 (1,0 point)	Let $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ be a cubic function with $f(0) = k$, $f(1) = 2k$, $f(-1) = 3k$, where k is a given constant. What is the value of $f(2) + f(-2)$?	
	As $f(0) = k$, $f(1) = 2k$, $f(-1) = 3k$, we have $\begin{cases} d = k \\ a + b + c + d = 2k \\ -a + b - c + d = 3k \end{cases}$	0,25
	It follows that $\begin{cases} d = k \\ a + b + c = k & (1) \\ -a + b - c = 2k & (2) \end{cases}$ Adding two equations (1) and (2), we get $2b = 3k$.	0,25
	Plugging $x = 2$ and $x = -2$, we find that $f(2) + f(-2) = (2a + 4b + 2c + d) + (-8a + 4b - 2c + d) = 8b + 2d.$	0,25
	Therefore $f(2) + f(-2) = 8b + 2d = 4 \cdot (3k) + 2k = 14k$.	0,25

Question	Solution	Point
3 (1,0 point)	<i>The sum of 2025 consecutive positive integers is a perfect square. Find the minimum value of the largest of these integers?</i>	
	Let a be the smallest positive integer of these integers. Then, these 2025 consecutive positive integers are $a, a+1, a+2, \dots, a+2024$. The sum of these 2025 consecutive positive integers is $a+(a+1)+(a+2)+\dots+(a+2024)=2025a+(1+2+\dots+2024)=2025a+\frac{2025 \cdot 2024}{2}=2025(a+1012).$	0,25
	Because $2025 = 45^2$ and this sum is a perfect square, one has $a+1012 = n^2$, where n is an integer.	0,25
	Since $a = n^2 - 1012 > 0$, then $n^2 > 1012$. It follows that $n > 31$. Thus, if $n = 32$, then $a = 32^2 - 1012 = 12$ is the smallest positive integer of these integers.	0,25
	Therefore, the minimum value of the largest of these integers is $a+2024 = 12+2024 = 2036.$	0,25

Chú ý:

1. Tổng điểm bài thi không làm tròn.
2. Phần tự luận:
 - Nếu thí sinh làm đúng kết quả của bài toán nhưng trình bày bằng Việt thì chỉ cho **0,5 điểm**
 - Nếu thí sinh làm đúng kết quả của bài toán và trình bày bằng Anh nhưng còn một số lỗi sai về chính tả và cấu trúc câu thì cho điểm như sau:
 - +) Nếu sai dưới 3 lỗi về chính tả và cấu trúc câu thì không trừ điểm.
 - +) Nếu sai từ 3 đến 5 lỗi về chính tả và cấu trúc câu thì trừ **0,25 điểm**.
 - +) Nếu sai trên 5 lỗi về chính tả và cấu trúc câu thì trừ **0,5 điểm**.
 - Nếu thí sinh làm sai kết quả bài toán nhưng phần tiếng Anh diễn đạt tốt, không sai chính tả và cấu trúc câu thì chỉ cho **0,25 điểm**.

----- THE END -----

(Thời gian làm bài: 90 phút)

I. PART 1. MULTIPLE CHOICE QUESTIONS (7,0 points)

Each question is worth 0,2 points.

Code	Question	Key	Code	Question	Key	Code	Question	Key	Code	Question	Key
201	1	B	203	1	A	205	1	D	207	1	C
201	2	A	203	2	C	205	2	B	207	2	C
201	3	B	203	3	D	205	3	C	207	3	B
201	4	B	203	4	D	205	4	A	207	4	A
201	5	D	203	5	B	205	5	B	207	5	D
201	6	D	203	6	A	205	6	A	207	6	D
201	7	A	203	7	A	205	7	A	207	7	D
201	8	A	203	8	A	205	8	C	207	8	B
201	9	D	203	9	C	205	9	B	207	9	C
201	10	D	203	10	B	205	10	D	207	10	D
201	11	D	203	11	C	205	11	D	207	11	D
201	12	D	203	12	B	205	12	A	207	12	B
201	13	D	203	13	B	205	13	D	207	13	D
201	14	B	203	14	A	205	14	A	207	14	C
201	15	D	203	15	D	205	15	C	207	15	C
201	16	C	203	16	B	205	16	B	207	16	A
201	17	C	203	17	A	205	17	A	207	17	A
201	18	D	203	18	C	205	18	D	207	18	C
201	19	C	203	19	A	205	19	A	207	19	A
201	20	D	203	20	B	205	20	B	207	20	D
201	21	B	203	21	C	205	21	B	207	21	D
201	22	A	203	22	C	205	22	C	207	22	B
201	23	C	203	23	A	205	23	A	207	23	B
201	24	C	203	24	C	205	24	A	207	24	A
201	25	B	203	25	B	205	25	D	207	25	A
201	26	B	203	26	C	205	26	C	207	26	D
201	27	D	203	27	D	205	27	A	207	27	A
201	28	C	203	28	D	205	28	C	207	28	B
201	29	C	203	29	C	205	29	B	207	29	B
201	30	B	203	30	D	205	30	B	207	30	A
201	31	A	203	31	D	205	31	D	207	31	C
201	32	C	203	32	C	205	32	D	207	32	C
201	33	B	203	33	D	205	33	D	207	33	D
201	34	D	203	34	D	205	34	D	207	34	B
201	35	D	203	35	A	205	35	C	207	35	C

II. PART II. PROBLEM SOLVING (3,0 points)

Question	Solution	Point
1 (1,0 point)	<p>To measure the height of the Cham temple tower Po Klong Garai in Ninh Thuan province (Figure 1), two points A and B which are chosen on the ground with the length $AB = 15m$ and the bottom C of the tower are collinear (Figure 2). Two total stations whose tripods have a height $h = 1,6m$ are put at point A and point B. Let D be the top of the tower and two points A_1, B_1 be collinear to C_1 on height CD of the tower. The measurements are $\widehat{DA_1C_1} = 54^\circ$ and $\widehat{DB_1C_1} = 32^\circ$. Calculate the height CD of the tower then round the result to 3 decimal places.</p>	
	<p>Consider the triangle A_1B_1D, we have $\widehat{C_1A_1D} = \widehat{A_1B_1D} + \widehat{A_1DB_1}$. Thus $\widehat{A_1DB_1} = \widehat{C_1A_1D} - \widehat{A_1B_1D} = 54^\circ - 32^\circ = 18^\circ$.</p>	0,25
	<p>On the other hand, by the law of sines, we get $\frac{A_1B_1}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{A_1D}{\sin \widehat{A_1B_1D}}$. It follows that $A_1D = \frac{A_1B_1 \cdot \sin \widehat{A_1B_1D}}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{16 \cdot \sin 32^\circ}{\sin 18^\circ}$.</p>	0,25
	<p>Since the triangle A_1C_1D has the right angle at C_1, one has $C_1D = A_1D \cdot \sin \widehat{C_1A_1D} = A_1D \cdot \sin 54^\circ$. Therefore $C_1D = \frac{16 \cdot \sin 32^\circ}{\sin 18^\circ} \cdot \sin 54^\circ \approx 22,198m$.</p>	0,25
	Hence, the height CD of the tower is $CD = C_1D + C_1C = 22,198 + 1,6 = 23,798m$.	0,25
2 (1,0 point)	Let $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ be a cubic function with $f(0) = k$, $f(1) = 2k$, $f(-1) = 3k$, where k is a given constant. What is the value of $f(2) + f(-2)$?	
	As $f(0) = k$, $f(1) = 2k$, $f(-1) = 3k$, we have $\begin{cases} d = k \\ a + b + c + d = 2k \\ -a + b - c + d = 3k \end{cases}$	0,25
	It follows that $\begin{cases} d = k \\ a + b + c = k & (1) \\ -a + b - c = 2k & (2) \end{cases}$ Adding two equations (1) and (2), we get $2b = 3k$.	0,25
	Plugging $x = 2$ and $x = -2$, we find that $f(2) + f(-2) = (2a + 4b + 2c + d) + (-8a + 4b - 2c + d) = 8b + 2d.$	0,25
	Therefore $f(2) + f(-2) = 8b + 2d = 4 \cdot (3k) + 2k = 14k$.	0,25

Question	Solution	Point
3 (1,0 point)	<i>The sum of 2025 consecutive positive integers is a perfect square. Find the minimum value of the largest of these integers?</i>	
	Let a be the smallest positive integer of these integers. Then, these 2025 consecutive positive integers are $a, a+1, a+2, \dots, a+2024$. The sum of these 2025 consecutive positive integers is $a+(a+1)+(a+2)+\dots+(a+2024)=2025a+(1+2+\dots+2024)=2025a+\frac{2025 \cdot 2024}{2}=2025(a+1012).$	0,25
	Because $2025 = 45^2$ and this sum is a perfect square, one has $a+1012 = n^2$, where n is an integer.	0,25
	Since $a = n^2 - 1012 > 0$, then $n^2 > 1012$. It follows that $n > 31$. Thus, if $n = 32$, then $a = 32^2 - 1012 = 12$ is the smallest positive integer of these integers.	0,25
	Therefore, the minimum value of the largest of these integers is $a+2024 = 12+2024 = 2036.$	0,25

Chú ý:

1. Tổng điểm bài thi không làm tròn.
2. Phần tự luận:
 - Nếu thí sinh làm đúng kết quả của bài toán nhưng trình bày bằng Việt thì chỉ cho **0,5 điểm**
 - Nếu thí sinh làm đúng kết quả của bài toán và trình bày bằng Anh nhưng còn một số lỗi sai về chính tả và cấu trúc câu thì cho điểm như sau:
 - +) Nếu sai dưới 3 lỗi về chính tả và cấu trúc câu thì không trừ điểm.
 - +) Nếu sai từ 3 đến 5 lỗi về chính tả và cấu trúc câu thì trừ **0,25 điểm**.
 - +) Nếu sai trên 5 lỗi về chính tả và cấu trúc câu thì trừ **0,5 điểm**.
 - Nếu thí sinh làm sai kết quả bài toán nhưng phần tiếng Anh diễn đạt tốt, không sai chính tả và cấu trúc câu thì chỉ cho **0,25 điểm**.

----- THE END -----